МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ
MATHEMATICAL AND INSTRUMENTAL METHODS OF ECONOMICS

УДК 368/369 **DOI** 10.17150/2500-2759.2019.29(4).686-694

АНАЛИТИЧЕСКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ В СТРАХОВАНИИ ЖИЗНИ

О.В. Леонова
Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация

Информация о статье

Дата поступления
8 октября 2019 г.

Дата принятия к печати
10 декабря 2019 г.

Дата онлайн-размещения
20 декабря 2019 г.

Ключевые слова
Системный анализ; системный подход; таблицы смертности; кривая смертей; функция выживания; интенсивность смертности; коэффициент детерминации

Аннотация
В данной работе применяется системный подход к моделированию вероятностных характеристик продолжительности жизни. Работа посвящена моделированию таких вероятностных характеристик, как кривая смертей, функция выживания, интенсивность смертности. В статье данные таблиц смертности населения России для календарного года 2018 аппроксимированы некоторыми специальными функциями. Качество подгонки моделей протестировано с помощью коэффициента детерминации. Для вычисления по модели значения результирующего признака, определения коэффициента детерминации, построения графиков подбора была использована программа Microsoft Excel.

ANALYTICAL APPROXIMATION IN LIFE INSURANCE

Olga V. Leonova
Baikal State University, Irkutsk, the Russian Federation

Article info
Received
Ocober 8, 2019

Accepted
December 10, 2019

Available online
December 20, 2019

Keywords
System analysis; system approach; mortality tables; deaths graph; survival function; mortality rate; determination coefficient

Abstract
In this paper, the systematic approach is used to model the probabilistic characteristics of life expectancy. The article is devoted to modeling of such probabilistic characteristics as death curve, survival function and mortality rate. In the article, the data on the mortality tables of the population of Russia for the calendar year 2018 are approximated with some special functions. The quality of models fitting was tested using the coefficient of determination. Microsoft Excel was used to calculate the value of the resulting feature, according to the model, and also to calculate the coefficient of determination and to construct the graphs of selection.

В настоящее время математико-статистические методы и модели находят все большее применение в различных аспектах научных исследований. Например, в [1] автор с помощью методов оптимизации исследует инвестиции в нефтяные компании, в [2] с помощью регрессионного анализа рассматривает динамику экспорта нефти. В [3] автор оптимизирует расходы сбережений, в [4] решает задачу оптимального распределения ресурсов. В [5] исследователи моделируют влияние таможенных органов на развитие регионов, в [6] с помощью статистических методов проводится анализ адвокатской деятельности.

В данной работе математическое моделирование используется для системного изучения и статистического анализа вероятностных характеристик продолжительности жизни населения.

Страхование жизни — вид личного страхования, предусматривающий выплату страховой суммы по достижении определенного срока страхования, определенного возраста или с наступлением оговоренного в договоре страхования события [7]. При расчете тарифов в таких видах страхования следует учитывать вероятность наступления страховых событий, оговоренных в договоре страхования. Для определения этих вероятностей необходимо иметь модели законов распределений случайных величин, которые описывают те или иные процессы. Например, в [8] авторы моделируют процессы убытков страховой компании, в [9] исследователь аппроксимирует данные таблиц смертности классическими аналитическими законами.

Используемые в страховании жизни методы и модели применимы и к другим видам страхования. Пусть X обозначает продолжительности жизни, X_i — продолжительность жизни i-го индивида. В других видах страхования под X можно понимать, например, время до наступления заболевания (клещевой энцефалит, травма позвоночника); время безаварийной работы оборудования; время до причинения ущерба имуществу и т.п. [10].

Неопределенность или непредсказуемость момента смерти, заболевания, аварии является основным источником случайности при страховании, что позволяет использовать случайные события, величины, процессы при математическом анализе различных аспектов страхования жизни, здоровья, автомобиля и т.п.

Основные понятия и вспомогательные результаты

Если использовать теорию вероятностей, можно говорить о продолжительности жизни как о случайной величине X, причем $X \geq 0$ [там же].

Основной характеристикой случайной величины X является функция распределения $F(x) = P\{X \leq x\}$. В актуарной математике вместо функции распределения обычно используют функцию выживания $s(x) = P\{X > x\} = 1 - F(x)$, которая есть вероятность того, что человек доживет до возраста x лет. Функция выживания $s(x)$ является основным из терминов в актуарной математике и обладает следующими свойствами: $s(x)$ убывает; $s(0) = 1$, $s(\infty) = 0$; $s(x)$ непрерывна справа.

Функция выживания $s(x)$ связана с одной из основных характеристик l_x общих таблиц смертности:

$$l_x = l_0 s(x). \qquad (1)$$

Учитывая формулу (1), можно сделать выводы:

1. Кривая l_x изменяется в зависимости от возраста x аналогично функции выживания $s(x)$ с точностью до множителя-константы l_0.

2. $s(x) = l_x / l_0$ — это средняя доля доживших до возраста x из рассматриваемой группы новорожденных.

При обработке большого количества данных удобно от точечного распределения перейти к интервальному распределению. В этом случае исходные данные будут сгруппированы и представлены в компактном и более удобном для исследования виде. Для этого введем для интервала возрастов $(x, x + t)$ случайную величину

$${}_tD_x = L(x) - L(x+t) = \sum_{i=1}^{l_0} I(x < X_i \leq x+t),$$

которая равна числу умерших в возрасте от x до $x + t$ лет из фиксированной группы l_0 новорожденных. Математическое ожидание этой случайной величины определяет еще одну из основных характеристик ${}_td_x$ таблиц смертности: ${}_td_x = M\,{}_tD_x$.

Очевидно, что ${}_td_x = M\,{}_tD_x = M(L(x) - L(x + t)) = l_x - l_{x+t} = l_0(s(x) - s(x + t))$, где $s(x) - s(x + t) = P(x < X_i \leq x + t)$ — вероятность смерти человека в промежутке $(x, x + t]$.

Отметим, что индекс $t = 1$ обычно опускается, поэтому $d_x = l_x - l_{x+1}$, т.е. d_x выражается через l_x и l_{x+1}, имеющиеся в таблицах смертности. Тем не менее величина d_x также приводится в них в качестве основной характеристики.

Функция

$$f(x) = F'(x) = -\,s'(x) \qquad (2)$$

называется плотностью распределения случайной величины X, и за ней в актуарной математике закреплен термин «кривая смертей» (the curve of deaths). Кривая d_x от переменной возраста x изменяется приближенно как кривая смертей $f(x)$ с точностью до множителя-константы l_0, т.е. $d_x \approx l_0 f(x)$. Резюмируя, можно сказать, что кривая смертей в каком-то смысле является более тонкой характеристикой по сравнению с функцией выживания [10].

В свою очередь, по сравнению с кривой смертей более тонкой характеристикой будет функция интенсивности смертности

$$\mu_x = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{f(x)}{s(x)}, \qquad (3)$$

которая представляет собой важную характеристику страховой математики. Величина

ISSN 2500-2759

$\mu_x \cdot t$ приближенно равна вероятности смерти человека возраста x лет в интервале $(x,\ x+t)$.

Важность функции μ_x подтверждается и тем, что ее приближенное значение q_x приводится в таблицах смертности также в качестве основной:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} \approx \frac{l_0 f(x)}{l_0 s(x)} = \mu_x.$$

Функция интенсивности смертности обладает следующими свойствами:

1. $\mu_x \geq 0$.
2. $\int\limits_0^{+\infty} \mu_u du = +\infty$.
3. $s(x) = e^{-\int\limits_0^x \mu_u du}$.
4. $F(x) = 1 - e^{-\int\limits_0^x \mu_u du}$.

Из этих свойств следует, что функция интенсивности смертности может быть использована как основная характеристика продолжительности жизни наряду с функцией распределения, функцией выживания и плотностью распределения [10].

Средняя продолжительность жизни

$$m_0 = MX = \int\limits_0^{+\infty} xf(x)dx = \int\limits_0^{+\infty} s(x)dx \qquad (4)$$

является одним из важнейших показателей, с помощью которого сравнивают качество жизни населения разных стран.

Среднее остаточное время жизни человека в возрасте x лет определяется по формуле

$$m_x = \frac{1}{s(x)} \int\limits_0^{+\infty} s(x)dx. \qquad (5)$$

Аппроксимация статистических данных аналитическими законами

На рис. 1 представлена диаграмма рассеивания точек $(x_i,\ y_i)$, где x_i — возраст человека, y_i — количество людей, умерших в возрасте x лет, по данным таблицы смертности (прил.)

Постановка задачи

1. Проанализировать возможность использования функции $s(x) = \sqrt{1 - \frac{x}{110}}$, $0 \leq x \leq 110$, в качестве функции выживания для статистических данных, приведенных в таблице смертности населения России для календарного года 2018 (прил.).

2. Определить вид соответствующих кривой смертей f(x), функции распределения F(x), интенсивности смертности μ_x. Определить среднюю и остаточную продолжительность жизни $\overset{o}{m}_o,\ \overset{o}{m}_x$.

3. Найти вероятность того, что 30-летний мужчина умрет в течение ближайшего года.

Решение

1. Проверим свойства, которым должна удовлетворять функция выживания: $s(0) = 1$, $s(1) = 0{,}995\ 444 \Rightarrow s(x)$ — убывающая функция; $s(0) = 1$, $s(\infty) = 0$; $\lim\limits_{x \to 0_-} s(x) = 1$, $\lim\limits_{x \to 0_+} s(x) = 1 \Rightarrow s(x)$ — непрерывна слева. Таким образом, функция $s(x) = \sqrt{1 - \frac{x}{110}}$, $0 \leq x \leq 110$ может быть использована в качестве функции выживания.

Графики подбора модельных значений эмпирическим данным представлены на рис. 2–4.

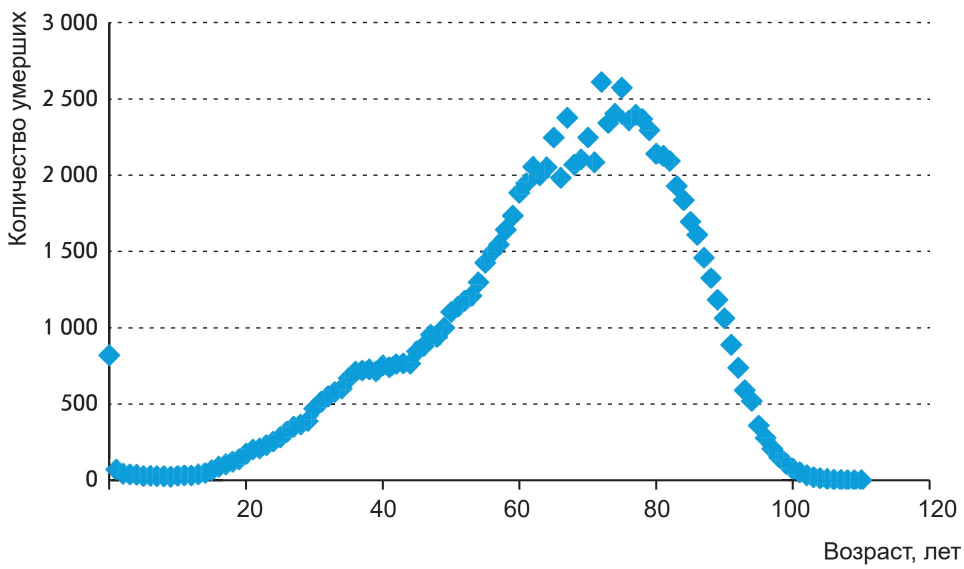

Рис. 1. Зависимость смертности от возраста

Оценим качество построенной модели (см. рис. 2) с помощью коэффициента детерминации $R^2 = 0{,}374\,7 \Rightarrow$ качество подгонки плохое и модель плохо аппроксимирует исходные данные.

2. Определим кривую смертей по формуле (2):

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left(1-\frac{x}{110}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{110}\right) = \frac{1}{220\sqrt{1-\frac{x}{110}}} =$$

$$= \frac{\sqrt{110}}{220\sqrt{110-x}}, \quad 0 \le x \le 110.$$

Оценим качество построенной модели (см. рис. 3) с помощью коэффициента детерминации $R^2 = 0{,}552\,8 \Rightarrow$ качество подгонки плохое и модель плохо аппроксимирует исходные данные.

Функцию распределения определим по формуле

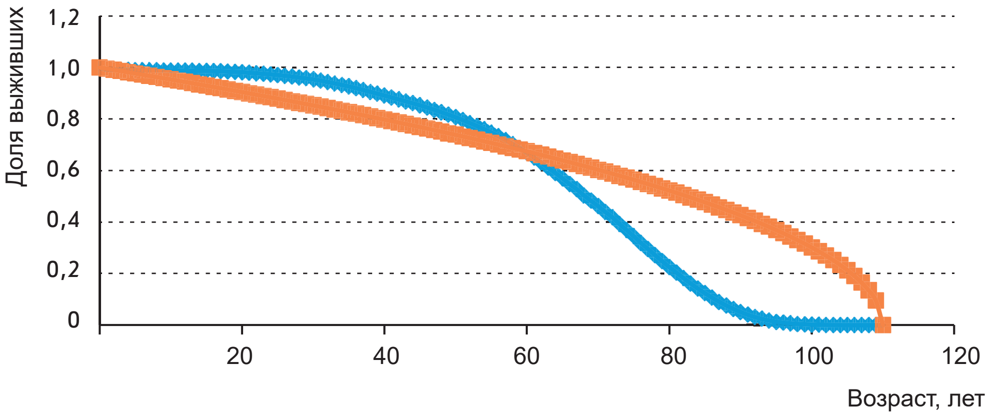

Рис. 2. График подбора функции выживания

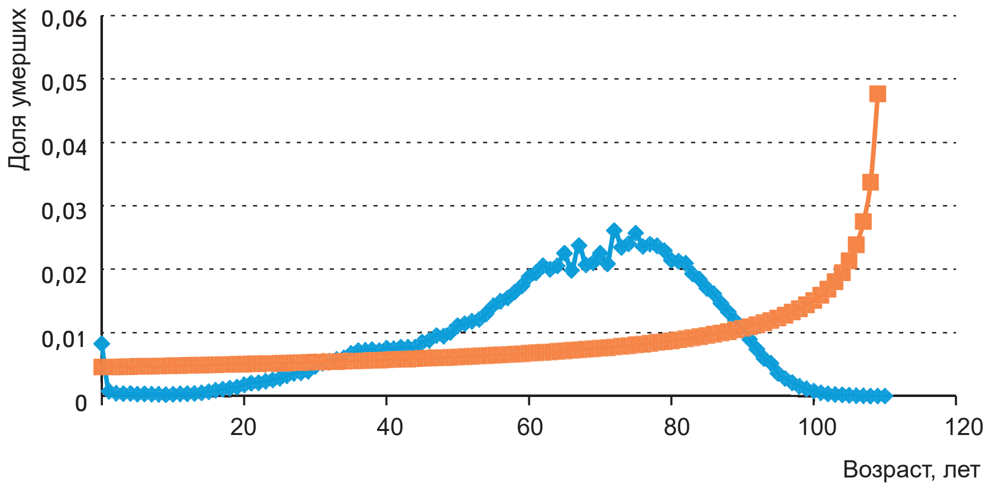

Рис. 3. График подбора кривой смертей

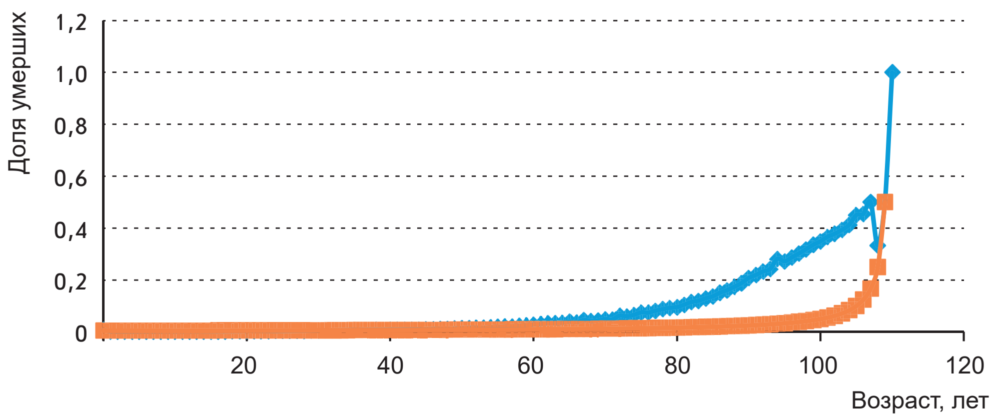

Рис. 4. График подбора интенсивности смертности

$$F(x)=1-s(x)=1-\sqrt{1-\frac{x}{110}},\quad 0\le x\le 110.$$

Интенсивность смертности определим по формуле (3):

$$\mu_x\approx\frac{f(x)}{s(x)}=\frac{\sqrt{110}}{220\sqrt{110-x}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{x}{110}}}=\frac{1}{220-2x}.$$

Оценим качество построенной модели (см. рис. 4) с помощью коэффициента детерминации $R^2=0{,}339\Rightarrow$ качество подгонки плохое и модель плохо аппроксимирует исходные данные.

Среднюю продолжительность жизни определим по формуле (4):

$$m_0=MX=\int_0^{+\infty}f(x)dx=\int_0^{110}\sqrt{1-\frac{x}{110}}dx=$$

$$=-110\int_0^{110}\sqrt{1-\frac{x}{110}}d\left(1-\frac{x}{110}\right)=$$

$$=-\frac{220}{3}\sqrt{\left(1-\frac{x}{110}\right)^3}\Bigg|_0^{110}=\frac{220}{3}\approx 73{,}3\text{ года}.$$

По таблице смертности это значение равно 65,26 года. Превышение предсказанного над табличным значением составляет 8,04 года.

Остаточную продолжительность жизни определим по формуле (5):

$$m_x=\frac{1}{s(x)}\int_x^{\infty}s(u)du=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{x}{110}}}\int_x^{110}\sqrt{1-\frac{u}{110}}du=$$

$$=\frac{110}{\sqrt{1-\frac{x}{110}}}\int_x^{110}\sqrt{1-\frac{u}{110}}d\left(1-\frac{u}{110}\right)=\frac{220}{3}\left(1-\frac{x}{110}\right),$$

если мужчине 30 лет, то средняя продолжительность предстоящей жизни $m_{30}=\frac{220}{3}\left(1-\frac{30}{110}\right)=53{,}3$ года.

По таблице смертности это значение равно 37,54 года. Превышение предсказанного над табличным значением составило 15,76 года.

3. Найдем вероятность того, что 30-летний мужчина умрет в течение ближайшего года, используя гипотетическую функцию выживания:

$$q_{30}=\frac{s(30)-s(31)}{s(30)}=1-\frac{s(31)}{s(30)}=1-\frac{\sqrt{1-\frac{31}{110}}}{\sqrt{1-\frac{30}{110}}}=$$

$$=1-\sqrt{\frac{79}{80}}\approx 0{,}006\,269\,7,$$

используя гипотетическую интенсивность смертности:

$$q_x\approx\mu_x,\ \mu_{30}\approx\frac{f(x)}{s(x)}=\frac{1}{220-2\cdot 30}=\frac{1}{160}\approx 0{,}006\,25.$$

По таблице смертности это значение равно 0,004 92, здесь расхождение предсказанного и табличного значений небольшое — 0,001 33.

Вывод

Таким образом, исследуемая функция улавливает некоторые черты реальной функции выживания. Однако наблюдаются большие превышения предсказанных значений основных вероятностных и числовых характеристик над табличными значениями, низкие значения коэффициентов детерминации также свидетельствуют о плохом качестве построенных моделей.

В заключение отметим, что определенным преимуществом аналитических законов является то, что для них вероятностные характеристики продолжительности жизни можно легко вычислять по небольшому числу параметров. Это может оказаться полезным и в тех случаях, когда доступные статистические данные немногочисленны.

Приложение. Таблица смертности населения России для календарного года 2018 (мужчины)

Возраст *x* лет (полное число исполнившихся лет)	Коэффициент смертности в возрасте *x* лет	Вероятность смерти q_x в интервале возрастов от *x* до $x+1$	Число доживших до возраста *x* лет $l(x)$	Число умерших $d(x)$ в возрасте *x* лет	Ожидаемая продолжительность предстоящей жизни m^0_x в возрасте *x* лет
0	0,008 27	0,008 20	100 000	820	*65,26*
1	0,000 72	0,000 72	99 180	71	64,80
2	0,000 45	0,000 45	99 108	45	63,84
3	0,000 40	0,000 40	99 064	39	62,87
4	0,000 36	0,000 36	99 024	36	61,90
5	0,000 29	0,000 29	98 988	29	60,92
6	0,000 31	0,000 31	98 960	30	59,94

Bulletin of Baikal State University, 2019, vol. 29, no. 4, pp. 686–694

Продолжение таблицы

Возраст x лет (полное число исполнившихся лет)	Коэффициент смертности в возрасте *x* лет	Вероятность смерти qx в интервале возрастов от x до $x + 1$	Число доживших до возраста x лет $l(x)$	Число умерших $d(x)$ в возрасте x лет	Ожидаемая продолжительность предстоящей жизни m^0_x в возрасте *x* лет
7	0,000 28	0,000 28	98 929	27	58,95
8	0,000 27	0,000 27	98 902	27	57,97
9	0,000 25	0,000 25	98 875	25	56,99
10	0,000 29	0,000 29	98 851	29	56,00
11	0,000 32	0,000 32	98 822	31	55,02
12	0,000 34	0,000 34	98 790	34	54,03
13	0,000 39	0,000 39	98 757	39	53,05
14	0,000 50	0,000 50	98 718	49	52,07
15	0,000 68	0,000 68	98 669	67	51,10
16	0,000 91	0,000 91	98 602	90	50,13
17	0,001 07	0,001 07	98 512	106	49,18
18	0,001 26	0,001 26	98 406	124	48,23
19	0,001 43	0,001 42	98 282	140	47,29
20	0,001 78	0,001 78	98 142	175	46,36
21	0,002 07	0,002 07	97 967	203	45,44
22	0,002 15	0,002 14	97 765	210	44,53
23	0,002 35	0,002 35	97 555	229	43,63
24	0,002 61	0,002 61	97 326	254	42,73
25	0,002 91	0,002 91	97 072	282	41,84
26	0,003 30	0,003 30	96 790	319	40,96
27	0,003 66	0,003 66	96 471	353	40,09
28	0,003 82	0,003 81	96 118	366	39,24
29	0,004 06	0,004 05	95 752	388	38,39
30	0,004 93	*0,004 92*	95 364	469	*37,54*
31	0,005 44	0,005 43	94 894	515	36,72
32	0,005 86	0,005 85	94 379	552	35,92
33	0,006 19	0,006 17	93 828	579	35,13
34	0,006 47	0,006 45	93 249	601	34,35
35	0,007 27	0,007 24	92 648	671	33,57
36	0,007 78	0,007 75	91 977	713	32,81
37	0,007 91	0,007 88	91 264	719	32,06
38	0,008 10	0,008 07	90 545	730	31,31
39	0,007 97	0,007 93	89 815	713	30,56
40	0,008 50	0,008 46	89 102	754	29,80
41	0,008 42	0,008 39	88 348	741	29,05
42	0,008 76	0,008 73	87 607	764	28,29
43	0,008 87	0,008 83	86 843	767	27,54
44	0,008 94	0,008 90	86 076	766	26,78
45	0,009 98	0,009 93	85 310	847	26,01
46	0,010 47	0,010 41	84 463	880	25,27
47	0,011 48	0,011 41	83 583	954	24,53
48	0,011 45	0,011 39	82 629	941	23,81
49	0,012 34	0,012 27	81 689	1 002	23,08
50	0,013 77	0,013 67	80 687	1 103	22,36
51	0,014 43	0,014 33	79 583	1 140	21,66
52	0,015 10	0,014 99	78 443	1 176	20,97
53	0,015 77	0,015 65	77 267	1 209	20,28
54	0,017 22	0,017 07	76 058	1 299	19,59
55	0,019 25	0,019 07	74 759	1 425	18,92
56	0,020 57	0,020 36	73 334	1 493	18,28

Продолжение таблицы

Возраст x лет (полное число исполнившихся лет)	Коэффициент смертности в возрасте *x* лет	Вероятность смерти qx в интервале возрастов от x до $x+1$	Число доживших до возраста x лет $l(x)$	Число умерших $d(x)$ в возрасте x лет	Ожидаемая продолжительность предстоящей жизни m^0_x в возрасте *x* лет
57	0,021 74	0,021 50	71 841	1 545	17,65
58	0,023 63	0,023 35	70 296	1 642	17,03
59	0,025 60	0,025 27	68 654	1 735	16,42
60	0,028 58	0,028 18	66 919	1 886	15,84
61	0,030 38	0,029 93	65 034	1 946	15,28
62	0,033 10	0,032 56	63 087	2 054	14,74
63	0,033 26	0,032 71	61 033	1 997	14,22
64	0,035 39	0,034 77	59 036	2 053	13,68
65	0,040 26	0,039 46	56 983	2 249	13,16
66	0,036 91	0,036 24	54 735	1 984	12,68
67	0,046 08	0,045 04	52 751	2 376	12,13
68	0,041 92	0,041 06	50 375	2 068	11,68
69	0,044 51	0,043 54	48 307	2 103	11,16
70	0,049 84	0,048 63	46 203	2 247	10,65
71	0,048 58	0,047 43	43 956	2 085	10,16
72	0,064 36	0,062 36	41 872	2 611	9,65
73	0,061 50	0,059 66	39 261	2 342	9,25
74	0,067 32	0,065 13	36 918	2 404	8,81
75	0,077 44	0,074 56	34 514	2 573	8,39
76	0,076 64	0,073 81	31 941	2 357	8,02
77	0,084 41	0,080 99	29 583	2 396	7,62
78	0,091 07	0,087 11	27 187	2 368	7,25
79	0,096 91	0,092 43	24 819	2 294	6,90
80	0,099 77	0,095 03	22 525	2 141	6,55
81	0,110 09	0,104 35	20 384	2 127	6,18
82	0,121 60	0,114 63	18 257	2 093	5,84
83	0,126 96	0,119 38	16 165	1 930	5,54
84	0,137 96	0,129 06	14 235	1 837	5,22
85	0,146 73	0,136 71	12 398	1 695	4,92
86	0,162 66	0,150 42	10 703	1 610	4,62
87	0,174 50	0,160 50	9 093	1 459	4,35
88	0,190 00	0,173 52	7 634	1 325	4,08
89	0,206 86	0,187 47	6 309	1 183	3,83
90	0,231 31	0,207 33	5 126	1 063	3,60
91	0,245 86	0,218 94	4 063	890	3,41
92	0,262 83	0,232 30	3 174	737	3,23
93	0,275 74	0,242 33	2 436	590	3,05
94	0,328 23	0,281 95	1 846	521	2,87
95	0,314 04	0,271 42	1 326	360	2,80
96	0,334 74	0,286 75	966	277	2,66
97	0,356 10	0,302 28	689	208	2,52
98	0,378 05	0,317 95	481	153	2,40
99	0,400 50	0,333 68	328	109	2,29
100	0,423 39	0,349 42	218	76	2,18
101	0,446 60	0,365 08	142	52	2,08
102	0,470 06	0,380 60	90	34	1,99
103	0,493 64	0,395 92	56	22	1,91
104	0,517 25	0,410 97	34	14	1,83
105	0,540 79	0,425 69	20	8	1,76
106	0,564 15	0,440 03	11	5	1,70

Bulletin of Baikal State University, 2019, vol. 29, no. 4, pp. 686–694

Окончание таблицы

Возраст x лет (полное число исполнившихся лет)	Коэффициент смертности в возрасте *x* лет	Вероятность смерти qx в интервале возрастов от x до *x* + 1	Число доживших до возраста x лет $l(x)$	Число умерших $d(x)$ в возрасте x лет	Ожидаемая продолжительность предстоящей жизни m^0_x в возрасте *x* лет
107	0,587 22	0,453 94	6	3	1,64
108	0,609 92	0,467 39	3	2	1,59
109	0,632 15	0,480 33	2	1	1,55
110+	0,653 84	1,000 00	1	1	1,53

Источник: The Human Mortality Database. Russia. Life tables by year of death (period), 1959–2018, 1x1, female, male // Демоскоп Weekly. URL: http://www.demoscope.ru/weekly/ssp/rus_lt.php?year=50.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антипина Н.В. Оптимизация инвестиций в основные фонды нефтяной компании / Н.В. Антипина. — DOI: 10.17150/2500-2759.2019.29(2).262-272 // Известия Байкальского государственного университета. — 2019. — Т. 29, № 2. — С. 262–272.

2. Антипина Н.В. Регрессионный анализ динамики экспорта нефти Российской Федерации / Н.В. Антипина // Интеллектуальный и ресурсный потенциалы регионов: активизация и повышение эффективности использования : материалы 5-й Всерос. науч.-практ. конф., Иркутск, 16 мая 2019 г. — Иркутск, 2019. — С. 15–21.

3. Аксенюшкина Е.В. Решение задачи оптимизации расхода сбережений на основе принципа максимума / Е.В. Аксенюшкина // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. — 2018. — № 1. — С. 3–18.

4. Аксенюшкина Е.В. Решение одной задачи оптимального распределения ресурсов / Е.В. Аксенюшкина // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. — 2019. — № 1. — С. 3–12.

5. Волченко Л.Ю. Моделирование влияния деятельности таможенных органов на социально-экономическое развитие и инвестиционную активность регионов / Л.Ю. Волченко, Н.В. Мамонова, Е.О. Завьялова // Инновационное развитие экономики. — 2017. — № 6 (42). — С. 16–26.

6. Мамонова Н.В. Анализ нарушения гарантий независимости адвокатов сотрудниками правоохранительных органов при защите личности в уголовном судопроизводстве / Н.В. Мамонова // Адвокатская практика. — 2019. — № 2. — С. 45–51.

7. Актуарные расчеты в страховании жизни и пенсионном страховании : учеб. пособие / Н.В. Звездина, А.В. Иванова, М.А. Скорик, Т.А. Егорова. — Москва : Евраз. открытый ин-т, 2012. — 485 с.

8. Леонова О.В. Моделирование процессов убытков страховщика с помощью вероятностных распределений на примере страховой компании РОСГОССТРАХ / О.В. Леонова, П.Г. Сорокина. — DOI: 10.17150/2411-6262.2017.8(4).27 // Baikal Research Journal. — 2017. — Т. 8, № 4. — URL: http://brj-bguep.ru/reader/article.aspx?id=21915.

9. Леонова О.В. Моделирование смертности населения с помощью аналитических законов на примере России / О.В. Леонова. — DOI: 10.17150/2500-2759.2019.29(1).95-106 // Известия Байкальского государственного университета. — 2019. — Т. 29, № 1. — С. 95–106.

10. Кошкин Г.М. Основы страховой (актуарной) математики : учеб. пособие / Г.М. Кошкин. — Томск : Том. гос. ун-т, 2012. — 116 с.

REFERENCES

1. Antipina N.V. Optimization of Investment into Fixed Funds of an Oil Company. *Izvestiya Baikal'skogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Baikal State University*, 2019, vol. 29, no. 2, pp. 262–272. DOI: 10.17150/2500-2759.2019.29(2).262-272. (In Russian).

2. Antipina N.V. Regression Analysis of Petroleum Exports Dynamics of Russian Federation. *Intellektual'nyi i resursnyi potentsialy regionov: aktivizatsiya i povyshenie effektivnosti ispol'zovaniya. Materialy 5-i Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Irkutsk, 16 maya 2019 g.* [Intellectual and Resource Potential of the Regions, Activation and Enhancement of Efficiency of Their Use. Materials of the 5th All-Russian Scientific and Practical Conference, Irkutsk, May 16, 2019]. Irkutsk, 2019, pp. 15–21. (In Russian).

3. Aksenyushkina E.V. Solution of the Problem of Optimal Consumption and Saving Based on the Maximum Principle. *Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika, informatika = Bulletin of the Buryat State University. Mathematics, Informatics*, 2018, no. 1, pp. 3–18. (In Russian).

4. Aksenyushkina E.V. Solution for a Problem of Optimal Allocation of Resources. *Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika, informatika = Bulletin of the Buryat State University. Mathematics, Informatics*, 2019, no. 1, pp. 3–12. (In Russian).

5. Volchenko L.Yu., Mamonova N.V., Zav'yalova E.O. Modeling of the Customs Activities Influence on the Social and Economic Development and Investment Activities of the Regions. *Innovatsionnoe razvitie ekonomiki = Innovative Development of Economy Journal*, 2017, no. 6 (42), pp. 16–26. (In Russian).

6. Mamonova N.V., Gavrilova E.A. An Analysis of Violation of Attorney Independence Guarantees by Employees of Law Enforcement Authorities in the Protection of an Individual in Criminal Proceedings. *Advokatskaya praktika = Advocate's Practice*, 2019, no. 2, pp. 45–51. (In Russian).

ISSN 2500-2759

7. Zvezdina N.V., Ivanova A.V., Skorik M.A., Egorova T.A. *Aktuarnye raschety v strakhovanii zhizni i pensionnom strakhovanii* [Actuarial Calculation of Life Insurance and Pension Insurance]. Moscow, Eurasian Open Institute Publ., 2012. 485 p.

8. Leonova O.V., Sorokina P.G. Modeling the Insurer's Loss Processes with the Help of Probability Distributions in Terms of ROSGOSSTRAKH Insurance Company. *Baikal Research Journal*, 2017, vol. 8, no. 4. DOI: 10.17150/2411-6262.2017.8(4).27. Available at: http://brj-bguep.ru/reader/article.aspx?id=21915. (In Russian).

9. Leonova O.V. Population Death Rate Modeling by Means of Analytical Laws Illustrated by the Example of Russia. *Izvestiya Baikal'skogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Baikal State University*, 2019, vol. 29, no. 1, pp. 95–106. DOI: 10.17150/2500-2759.2019.29(1).95-106. (In Russian).

10. Koshkin G.M. *Osnovy strakhovoi (aktuarnoi) matematiki* [Fundamentals of Actuarial Mathematics]. Tomsk State University Publ., 2012. 116 p.

Информация об авторе

Леонова Ольга Васильевна — кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра математики и информатики, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: olga.olgaleonova@yandex.ru.

Для цитирования

Леонова О.В. Аналитическая аппроксимация в страховании жизни / О.В. Леонова. — DOI: 10.17150/2500-2759.2019.29(4).686-694 // Известия Байкальского государственного университета. — 2019. — Т. 29, № 4. — С. 686–694.

Author

Olga V. Leonova — Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Mathematics and Computer Science, Baikal State University, Irkutsk, the Russian Federation, e-mail: olga.olgaleonova@yandex.ru.

For Citation

Leonova O.V. Analytical Approximation in Life Insurance. *Izvestiya Baikal'skogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Baikal State University*, 2019, vol. 29, no. 4, pp. 686–694. DOI: 10.17150/2500-2759.2019.29(4).686-694. (In Russian).